

R.C双弯构件斜截面承载力计算及程序设计

曾庆响, 肖芝兰

(五邑大学土木工程系 广东 江门 529020)

摘要:以14根钢筋混凝土简支梁的试验研究为基础,对文献[1]根据极限平衡原理提出的钢筋混凝土双向受弯构件斜截面承载力计算方法进行了改进,并给出了计算程序框图,使计算结果与试验实测结果的吻合程度更好;最后给出了斜截面承载力的简化计算方法和计算程序框图。

关键词:钢筋混凝土;双向受弯;斜截面承载力;计算程序。

Shear Capacity Calculation Method and Automation-programming Design of Reinforced Concrete Beam under Biaxial Bending

Zeng Qingxiang, Xiao Zhilan

(Civil Eng. Dept., Wuyi Univ., Guangdong Jiangmen 529020, China)

Abstract: Based on the experimental research of 14 simple R.C rectangular beams under Biaxial bending, the shear capacity calculation method of R.C beam in cite [1], which had been raised from the ultimate equilibrium principle, is improved, and the automation programming frame is presented also. As a result, the theoretical calculation is agreed much better with the test results. At the end, a simplified calculation method and its Automation-programming frame of shear strength of R.C beam under biaxial bent beam are provided.

Key words: reinforced concrete; biaxial bending; shear capacity; automation programming frame.

1 前言

在土木建筑工程中常遇到钢筋混凝土双向受弯简支梁,对其正截面强度理论的研究已趋成熟,但迄今为此对其斜截面承载力问题的研究却还很少。由于双向受弯简支梁截面上中性轴的位置随着荷载的作用方向、大小及梁的配筋率等因素的变化而变化,剪压区的形状也随之改变,因此,对于双向受弯构件承载力的研究就显得十分复杂,计算机技术的应用就显得尤为重要。

2 基于极限平衡的计算模式

2.1 平衡方程

根据文献[1],对处于极限平衡状态下的钢筋混凝土双向受弯简支梁,取其临界斜裂缝以上的部分作为脱离体进行分析,可得如下平衡方程:

$$\sum x = 0 \quad A_c \tau_c \sin \beta + \frac{A_{sv}}{2} f_{yv} \frac{c'}{s} = V \sin \beta \quad (1)$$

$$\sum y = 0 \quad A_c \tau_c \cos \beta + A_{sv} f_{yv} \frac{c}{s} = V \cos \beta \quad (2)$$

$$\sum z = 0 \quad A_c \sigma_c = A_s \sigma_s \quad (3)$$

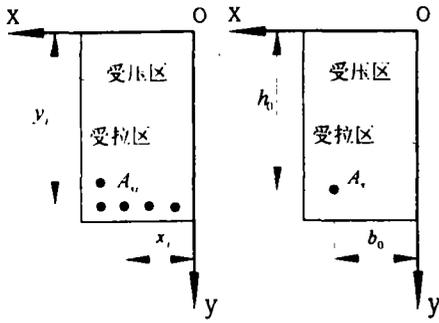
$$\sum M_x = 0 \quad A_c \sigma_c y_c + Va \cos \beta = A_s \sigma_s h_0 + A_{sv} f_{yv} \frac{c}{s} \left(\frac{c}{2} \right) \quad (4)$$

作者简介: *曾庆响(1968),男,江西兴国人,副教授,国家一级注册结构工程师,主要从事结构工程的教学和研究(Email: zqx-2000@163.com)
肖芝兰(1966),女,江西宜春人,高级实验师,主要从事结构工程的教学研究和管理工作(Email: zhilanx@163.com)

$$\sum M_y = 0 \quad A_c \sigma_c x_c + V a \sin \beta = A_s \sigma_s b_0 + \frac{A_{sv}}{2} f_{yv} \frac{c'}{s} c \quad (5)$$

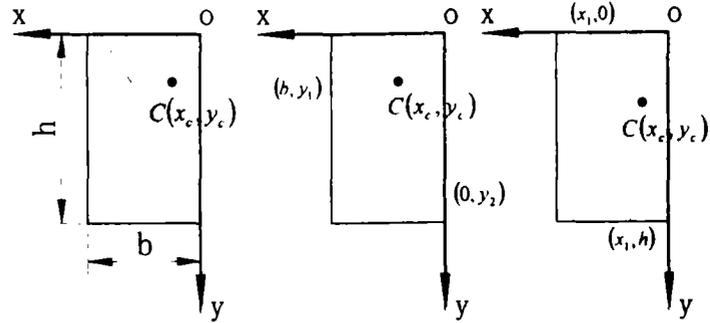
式中, V 为梁的斜截面承载力, c 为上下两侧面上临界斜裂缝在下底边线上投影长度的平均值, c' 为底面临界斜裂缝在下底边线上的投影长度, β 为荷载斜弯角, a 为剪跨长度, $A_s = \sum_{i=1}^n A_{s_i}$ 为钢筋面积; b_0 、 h_0

分别表示矩形截面梁的有效宽度和有效高度 (如图1), $b_0 = \sum_{i=1}^n A_{s_i} x_i / A_s$, $h_0 = \sum_{i=1}^n A_{s_i} y_i / A_s$ 。



(a) 实际截面 (b) 等效截面

图1 构件截面



(a) 三角形 (b) 顶梯形 (c) 侧梯形

图2 受压区混凝土面积 A_c 与形心 $C(x_c, y_c)$ 的关系

2.2 补充方程

(1) 关于临界斜裂缝的水平投影长度 c , 按蒋大骅教授所提出的如下公式计算^[2]:

$$\frac{c}{h_0} = 0.9 + 0.3 \frac{a}{h_0} \quad (6)$$

底面上主斜裂缝在下底边线上的投影长度 c' 可通过平衡方程来确定。

(2) 破坏截面混凝土剪压区面积 A_c 与形心 $C(x_c, y_c)$ 之间的关系:

当剪压区混凝土为三角形时 (如图2(a)),

$$\frac{9}{2} x_c y_c = A_c \quad (7)$$

当剪压区混凝土为如图2(b)所示梯形时,

$$\frac{b y_c}{2 k_1} \left/ \left(\frac{1}{3 k_1} + \frac{3 k_1}{b^2} - \frac{1}{b} \right) \right. = A_c \quad (7a)$$

式中, $k_1 = \frac{2}{3} b - x_c$; 坐标 $y_1 = \frac{6 A_c}{b^2} \left(\frac{2}{3} b - x_c \right)$; $y_2 = \left(\frac{2}{3} A_c - b x_c \right) / \left(\frac{2}{3} b - x_c \right)$

当剪压区混凝土为如图2(c)所示梯形时,

$$\frac{b x_c}{2 k_2} \left/ \left(\frac{1}{3 k_2} + \frac{3 k_2}{h^2} - \frac{1}{h} \right) \right. = A_c \quad (7b)$$

式中, $k_2 = \frac{2}{3} h - y_c$; 坐标 $x_1 = \frac{6 A_c}{h^2} \left(\frac{2}{3} h - y_c \right)$; $x_2 = \left(\frac{2}{3} A_c - h y_c \right) / \left(\frac{2}{3} h - y_c \right)$

(3) 混凝土剪压破坏准则

根据Bresler的八面体强度准则及八面体应力 σ_8 , τ_8 与直角坐标应力分量 σ_x , σ_y , τ_{xy} 间的关系^[2],

可得 $\frac{\tau_{xy}}{f_c} = \sqrt{0.011 - 0.100 \left(\frac{\sigma_x}{f_c} + \frac{\sigma_y}{f_c} \right) - 0.109 \left(\frac{\sigma_x}{f_c} \right)^2 + 0.782 \left(\frac{\sigma_x}{f_c} \frac{\sigma_y}{f_c} \right) - 0.109 \left(\frac{\sigma_y}{f_c} \right)^2}$, 式中各应力

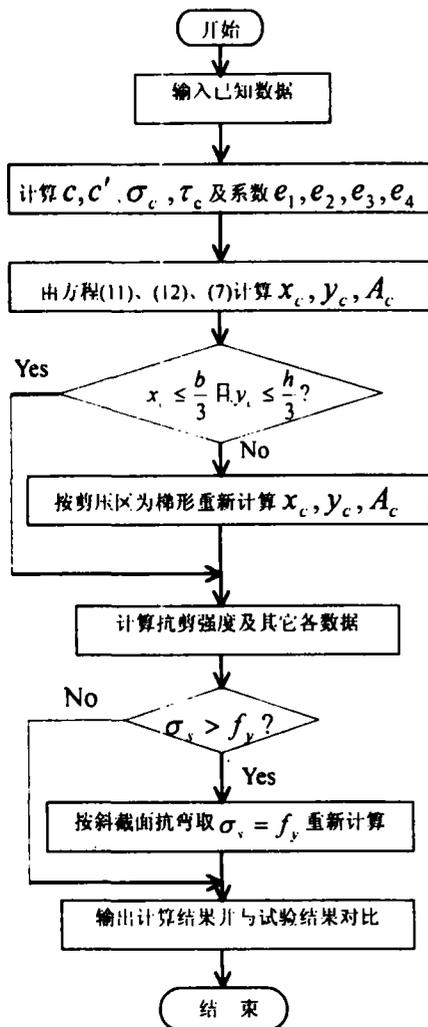


图3 极限平衡法程序框图

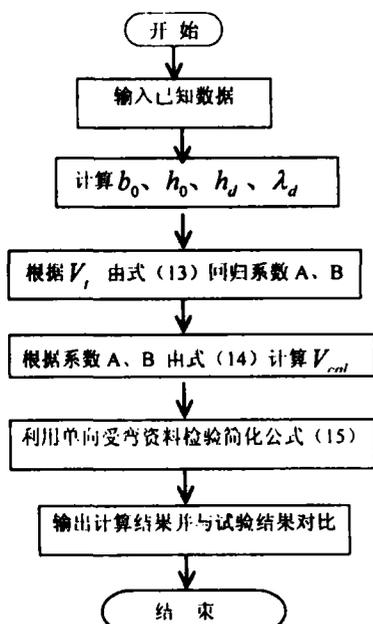


图4 简化计算法程序框图

为压应力时，需用负值代入。文献[1]忽略了垂直压应力 σ_y 的影响，这与实际受力有一定的差异，根据试验研究，综合考虑压应力和试验梁剪跨比的影响，用 σ_c, τ_c 分别代表 σ_x, τ_{xy} ，混凝土

剪压破坏准则可表达为 $\frac{\tau_c}{f_c} + 0.36 \frac{\sigma_c}{f_c} = 0.45$ 。

根据试验测定，在破坏前夕，构件剪压区混凝土的轴向压应变均能达到极限应变，因此，可假定极限破坏时构件剪压区混凝土的轴向压应力可达到轴压强度，即 $\sigma_c = f_c$ ，因此，由上式可得：

$$\tau_c = 0.09 f_c$$

2.3 求解方法及计算程序框图

通过整理方程(1)~(5)可得：

$$A_c \sigma_c (y_c - h_0) + V a \cos \beta = A_{sv} f_{yv} \frac{c^2}{2s} \quad (8)$$

$$A_c \sigma_c (x_c - b_0) + V a \sin \beta = A_{sv} f_{yv} \frac{cc'}{2s} \quad (9)$$

$$V - A_c \tau_c = A_{sv} f_{yv} \frac{c}{s \cos \beta} \quad (10)$$

$$\text{令： } e_1 = b_0 - \frac{\tau_c}{\sigma_c} a \sin \beta; \quad e_2 = A_{sv} f_{yv} \frac{c}{s} \left(\frac{c'}{2} - a \tan \beta \right);$$

$$e_3 = h_0 - \frac{\tau_c}{\sigma_c} a \cos \beta; \quad e_4 = A_{sv} f_{yv} \frac{c}{s} \left(\frac{c}{2} - a \right)$$

则由方程(8)~(10)可得：

$$x_c = e_1 + \frac{e_2}{A_c \sigma_c} \quad (11)$$

$$y_c = e_3 + \frac{e_4}{A_c \sigma_c} \quad (12)$$

根据已知数据，先求出斜裂缝投影长度 c, c' 以及混凝土应力 σ_c, τ_c ，然后算出系数 e_1, e_2, e_3, e_4 。这样方程(11)、(12)中只有三个未知量： x_c, y_c, A_c ，再加上 A_c 与形心 $C(x_c, y_c)$ 之间的关系式(7)或(7a)、(7b)便可求解。计算程序框图简述如图3，计算结果见表1。

3 抗剪强度的简化计算

从前面的求解过程可知，要计算梁的斜截面承载力并不容易，有必要找出一种既简便又能比较准确地计算出构件的抗剪强度的计算方法，根据文献[3]的试验研究，提出了如下简化计算的形式，然后以试验资料为依据确定计算表达式中的待定系数。

$$V_t = \frac{A}{\lambda_d + B} f_c b_0 h_0 + 1.25 f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_d \quad (13)$$

式中， λ_d 为双弯剪跨比， h_d 为双弯有效高度，分别按下列各式确定：

$$h_d = h_0 \cos \beta + b_0 \sin \beta \quad \lambda_d = \frac{a}{h_d}$$

A、B 为待定系数，根据本次试验所做的十四个构件的实测资料进行统计处理，得到待定系数A、B 的数值为 $A = 0.48$ ， $B = 1.20$ 。

因此，双向受弯构件抗剪强度计算表达式(13)可写为：

$$V_{cs} = \frac{0.48}{\lambda_d + 1.2} f_c b_0 h_0 + 1.25 f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_d \quad (14)$$

当荷载斜弯角 $\beta = 0$ 时，即单向受弯情况下， $b_0 = \frac{b}{2}$ ， $h_d = h_0$ ， $\lambda_d = \lambda = \frac{a}{h_0}$ ，则式(14)转化为：

$$V_{cs} = \frac{0.24}{\lambda + 1.2} f_c b h_0 + 1.25 f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 \quad (15)$$

运用(14)式分别计算本批试验十四个试件的斜截面承载力，试验实测结果与计算值之比的平均值为0.95，均方差为0.116，离散系数为0.120(见表1)。运用式(15)对文献[4]的161个集中荷载矩形截面有腹筋筒支梁抗剪强度资料进行验算，结果是实测值与计算值之比的平均值为1.08，均方差为0.168，离散系数为0.156，表明方法可行。

表 1. 斜截面承载力实测结果与计算结果的对比

梁号	实测值 V_t	极限平衡法		简化计算法	
		计算值 V_{cal}	V_t/V_{cal}	计算值 V_{cal}	V_t/V_{cal}
B1	115.3	94.57	1.22	110.37	1.04
B2	84.0	85.78	0.98	100.22	0.84
B3	127.5	112.76	1.13	136.13	0.94
B4	111.5	132.50	0.84	132.66	0.84
B5	152.5	168.28	0.91	184.21	0.83
B6	77.5	85.63	0.91	80.97	0.96
B7	97.0	81.36	1.19	98.85	0.98
B8	128.0	108.54	1.18	136.89	0.94
B9	86.0	76.85	1.12	81.85	1.05
B10	57.5	59.65	0.96	71.53	0.80
B11	103.5	122.55	0.84	92.15	1.12
B12	143.0	131.36	1.09	119.87	1.19
B13	48.0	51.32	0.94	60.00	0.80
B14	62.0	58.56	1.06	66.98	0.93
V_t/V_{cal} 的统计结果		$\bar{X} = 1.03$ $\sigma = 0.131$ $C_v = 0.127$		$\bar{X} = 0.95$ $\sigma = 0.116$ $C_v = 0.120$	

参考文献

- [1] 曾庆响, 何高勋, 虞锦晖. 混凝土双向受弯构件的抗剪强度[J]. 工程力学, 1996年增刊, Vol.2: 166-170.
- [2] 蒋人骅. 钢筋混凝土梁抗剪强度的一个新解[J]. 土木工程学报, 1984, 17(3).
- [3] 曾庆响. 钢筋混凝土双向受弯构件抗剪强度试验研究[D]. 南昌: 南昌大学, 1993.5.
- [4] 85年设计规范背景资料续编. 钢筋混凝土构件试验数据集[R]. 中国建筑科学研究院, 1985.8.
- [5] 张开敬. 混凝土筒支梁斜截面抗剪强度统一表达式的研究[J]. 西南交通大学学报, 2000, 35(1):1-6
- [6] 肖芝兰, 曾庆响. 双向受弯钢筋混凝土筒支梁抗剪性能试验研究[J]. 建筑科学, 2001, 17(4):25-31.